

## Simulación numérica del equilibrio térmico de cuerpos en contacto aplicando el método Montecarlo

### Numerical simulation of the thermal equilibrium of bodies in contact using the Montecarlo method

### Simulação numérica do equilíbrio térmico dos corpos em contacto utilizando o método de Monte Carlo

Ronald Omar Estela Urbina<sup>1</sup>, Fernando Alain Incio Flores<sup>2</sup>, Elisa Contreras Barsallo<sup>3</sup>, Caroline Maricielo Paredes Coronel<sup>4</sup>, Jesús Arnils Ortiz Rodríguez<sup>5</sup>

## RESUMEN

Las condiciones de confinamiento social obligatorio como medida para detener la propagación del COVID-19 ha repercutido en los espacios académicos, de esta manera tanto los estudiantes y docentes universitarios estamos impedidos como medida sanitaria de hacer uso de laboratorios, lo que implica una dificultad para la enseñanza-aprendizaje, sobre todo en asignaturas que tiene un componente práctico u horas de laboratorio de manera considerable, como es el caso de los cursos de física. Es en este contexto que los estudiantes de ingeniería civil del V ciclo, a través del curso de métodos numéricos desarrollaron la simulación numérica de Montecarlo. Para este fin se establecieron varias actividades virtuales, como es el caso de la realización de un taller de capacitación en lenguaje de programación; de la misma forma se llevó a cabo el diseño de un diagrama de flujo o algoritmo para luego implementarlo en códigos de programación BASIC. El objetivo de esta investigación es simular numéricamente el comportamiento térmico del sistema, así como su evolución temporal, por medio de un modelo físico basado en los intercambios energéticos. Este se fundamenta en el comportamiento de las partículas que componen los cuerpos, que en base a su movimiento aleatorio chocan o colisionan con la pared de contacto transfiriendo energía. Esto permite ver la evolución “temporal” del sistema hasta lograr el equilibrio térmico; obteniendo resultados que, para mayores unidades de “tiempo” virtual el sistema tiende a lograr su equilibrio térmico, que comparados con los resultados teóricos se logran márgenes de error cada vez más pequeños. El comportamiento aleatorio de este sistema hace propicio aplicar el método de Montecarlo representando esto una estrategia de aprendizaje generando un “laboratorio virtual” donde se propician aprendizajes significativos a bajo costo.

**Palabras claves:** equilibrio, temperatura, Montecarlo, aleatorio.

## ABSTRACT

The conditions of compulsory social confinement as a measure to stop the spread of COVID-19 has had repercussions in academic spaces, in this way both students and university teachers are prevented as a health measure from using laboratories, which implies a difficulty for the teaching-learning, especially in subjects that have a considerable practical component or laboratory hours, as is the case of physics courses. It is in this context that the civil engineering students of the V cycle, through the course of numerical methods, developed the numerical simulation of Monte Carlo. For this purpose, several virtual activities were established, such as the realization of a training workshop in programming language; in the same way, the design of a flow diagram or algorithm was carried out and then implemented in BASIC programming codes. The objective of this research is to numerically simulate the thermal behavior of the system, as well as its temporal evolution, by means of a physical model based on energy exchanges. This is based on the behavior of the particles that make up the bodies, which based on their random movement collide or collide with the contact wall, transferring energy. This allows to see the "temporary" evolution of the system until achieving thermal equilibrium; obtaining results that, for larger units of virtual "time", the system tends to achieve its thermal equilibrium, which compared to the theoretical results, increasingly smaller margins of error are achieved. The random behavior of this system makes it suitable to apply the Monte Carlo method, representing this as a learning strategy generating a “virtual laboratory” where significant learning is promoted at low cost.

**Keywords:** equilibrium, temperature, Monte Carlo, random.

<sup>1</sup>Docente de la Universidad Nacional Intercultural “Fabiola Salazar Leguía” de Bagua, Magister en ciencias de la Educación; restela@unibagua.edu.pe

<sup>2</sup>Docente de la Universidad Nacional Intercultural “Fabiola Salazar Leguía” de Bagua, Magister en ciencias de la Educación

<sup>3</sup>Magister en ciencias de la Educación, docente de la I.E Túpac Amaru de Chiriaco-Imaza-Amazonas

<sup>4</sup>Estudiante de la carrera profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional Intercultural “Fabiola Salazar Leguía” de Bagua

<sup>5</sup>Estudiante de la carrera profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional Intercultural “Fabiola Salazar Leguía” de Bagua

## RESUMO

As condições de confinamento social obrigatório como medida para impedir a propagação da COVID-19 tiveram repercussões nos espaços académicos, de modo que tanto estudantes como professores universitários são impedidos, como medida de saúde, de utilizar laboratórios, o que implica uma dificuldade de ensino-aprendizagem, especialmente em disciplinas que têm uma componente prática ou horas de laboratório consideráveis, como no caso dos cursos de física. É neste contexto que os estudantes de engenharia civil do 5º ciclo, através do curso de métodos numéricos, desenvolveram a simulação numérica de Monte Carlo. Para este fim, foram estabelecidas várias actividades virtuais, tais como um workshop de formação em linguagem de programação; da mesma forma, foi realizada a concepção de um fluxograma ou algoritmo a fim de o implementar em códigos de programação BASIC. O objectivo desta investigação é simular numericamente o comportamento térmico do sistema, bem como a sua evolução temporal, através de um modelo físico baseado em trocas de energia. Isto baseia-se no comportamento das partículas que compõem os corpos, que, com base no seu movimento aleatório, colidem ou colidem com a parede de contacto, transferindo energia. Isto torna possível ver a evolução "temporal" do sistema até se atingir o equilíbrio térmico; obtendo resultados que, para unidades maiores de "tempo" virtual, o sistema tende a atingir o equilíbrio térmico, o qual, em comparação com os resultados teóricos, atinge margens de erro cada vez menores. O comportamento aleatório deste sistema torna a aplicação do método de Monte Carlo uma estratégia de aprendizagem adequada, gerando um "laboratório virtual" onde a aprendizagem significativa pode ter lugar a um baixo custo.

**Palavras-chave:** equilíbrio, temperatura, Monte Carlo, aleatório.

## INTRODUCCIÓN

Es razonable que, en algún momento hemos evidenciado que, algunos productos alimenticios permanecen calientes (a mayor temperatura) periodos más largos que otros. Por ejemplo, si extraemos del tostador un trozo de pan tostado y simultáneamente, viertes sopa caliente en un recipiente, luego de pocos minutos la sopa estará caliente y deliciosa, mientras que el trozo de pan se habrá enfriado notablemente. Asimismo, si esperas un poco antes de comer una pieza de carne asada y una cucharada de puré de papa, que inicialmente se encontraban a la misma temperatura, notarás que después de pocos minutos, la carne se enfrió un poco más que el puré (Hewitt, 2007).

La capacidad calorífica específica de cualquier sustancia, se define como la cantidad de calor requerida para cambiar 1 grado la temperatura de una unidad de masa de sustancia.

$$c_E = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

$$\Delta Q = mc_E\Delta T$$

### Equilibrio térmico y la ley cero de la termodinámica

Estamos familiarizados y muy relacionados con el hecho de que, si dos cuerpos a diferentes temperaturas se ubican en contacto térmico o una pared diatérmica (lo cual implica que la energía térmica se puede transferir de uno al otro), los dos cuerpos finalmente resultarán con la misma temperatura. Por lo tanto, indicaremos que se encuentran en equilibrio térmico. Para ilustrar, usted coloca un termómetro clínico en su boca hasta que logra el equilibrio térmico con ese entorno, y luego usted indica la lectura del instrumento. Dos cuerpos se encontrarán en equilibrio térmico si, cuando se colocan en contacto térmico, no fluye energía neta de uno al otro y sus temperaturas no varían. Las experiencias indican que, si dos sistemas están en equilibrio térmico con un tercer sistema, entonces están en equilibrio térmico entre sí. Este postulado se llama ley cero de la termodinámica. Se denominó con este nombre particular porque no fue sino hasta des-

pues de descubrir la primera y segunda ley de la termodinámica que los investigadores se dieron cuenta de la importancia de dejar sentado primero este postulado aparentemente obvio. La temperatura es una propiedad de un cuerpo que finalmente nos mostrará si el sistema estará en equilibrio térmico con otros sistemas o cuerpos. Cuando dos sistemas están en equilibrio térmico, sus temperaturas son, por definición, iguales y entre ellos no se intercambiara energía térmica neta. Esto es consistente con la noción cotidiana de temperatura, pues, cuando un objeto caliente se contacta con un objeto frío, al final alcanzarán la misma temperatura. La importancia de la ley cero reside en que permite una definición útil de temperatura (Giancoli, 2009).

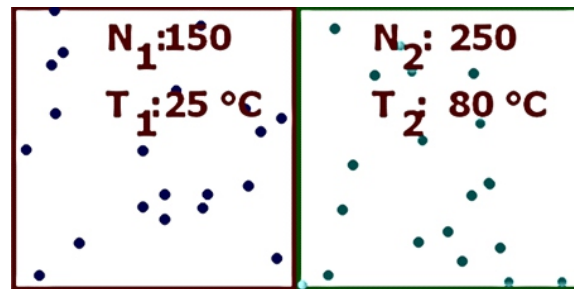
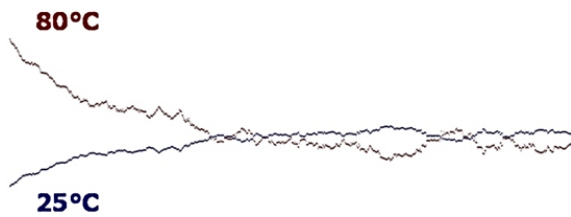


Figura 1. Cuerpos en contacto a diferente temperatura.

Tomemos en cuenta los cuerpos 1 y 2 que conforman un sistema, estos se ven ilustrados en la figura 1. Están “aislados” del entorno. Por “aislados” se debe comprender que ni la energía ni la materia pueden entrar o salir del sistema. Por ejemplo, el sistema podría estar rodeado por paredes hechas de placas gruesas de espuma de poliestireno, las que supuestamente son tanto rígidas como impermeables. En este caso se dice que las paredes son adiabáticas. (El término “adiabático” proviene del griego y quiere decir “que no puede ser atravesado”. Así, “adiabático” puede entenderse como “aislante”.) Los cuerpos 1 y 2 están separados por una pared que permita el flujo de la energía en una forma que conoceremos como calor. Un ejemplo podría ser una lámina de cobre delgado, pero rígida. Esta pared se llama diatérmica (Este término, que también proviene del griego, significa que “el calor pasa a través de él”, por lo que podemos tomarlo con la connotación de “conductor de calor”) (Resnick, Halliday, & Krane, 2001).



**Figura 2.** Evolución “temporal” de la temperatura de los cuerpos en contacto.

**Simulación numérica en Montecarlo**

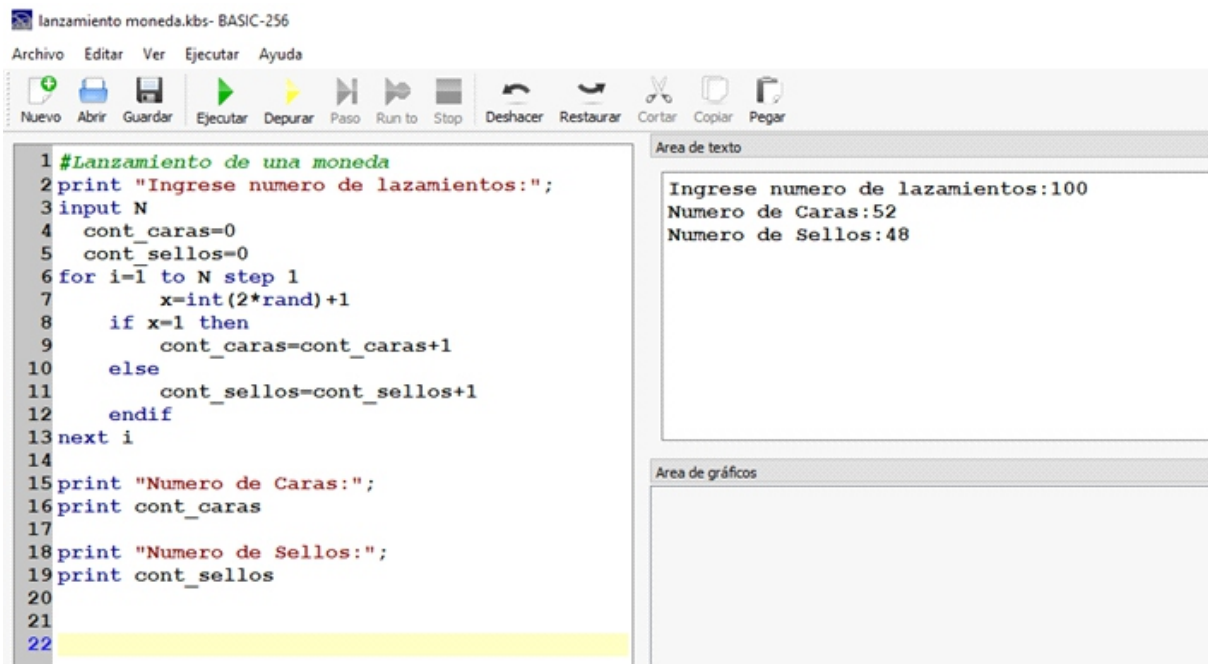
La simulación de Montecarlo es un método estadístico numérico. Consiste en la repetición de eventos de consecuencias aleatorias (probabilísticas) con la finalidad de realizar estimaciones o aproximaciones de cálculos, en primera instancia, muy complicadas o imposibles de solucionar analítica y numéricamente. Se denominó con este nombre en honor al casino de Montecarlo (Mónaco), catalogada como "la capital del juego". Este método fue sentó sus bases de manera teórica por Stanislaw Ulam y John Von Neumann cuando se llevaba a cabo la segunda Guerra Mundial, durante la investigación y desarrollo de la bomba atómica. Pero no obstante, no fue hasta años después, con el desarrollo del ordenador, cuando se desarrolló completamente los métodos de Montecarlo, hoy por

hoy este método ha cobrado mayor vigencia que nunca, ya que en la actualidad la simulación numérica y gráfica permite recrear condiciones que físicamente no sería posible por lo costoso que resultaría el equipamiento de un laboratorio (Ruiz & Ródenas, 2016).

**Lenguaje de programación Basic y los números aleatorios**

BASIC, cuyas siglas provienen del inglés: Beginners All- purpose Symbolic Instruction Code. Este es un lenguaje de programación de alto nivel que fue implementado en la década del 60 por John George Kemeny y Thomas Eugene Kurtz en el Dartmouth College en New Hampshire, Estados Unidos, fue ideado para que la programación de ordenadores sea de fácil acceso a estudiantes y docentes sin mucha base o estudios avanzados de matemáticas. El lenguaje BASIC primigeniamente fue ideado para que sirva como herramienta de enseñanza, pues en aquellos años los softwares eran diseñados a medida, lo cual restringía a personas con escasa o casi nula formación en matemáticas.

BASIC a la fecha sigue siendo demandado en proyectos de pequeña y mediana envergadura. Actualmente existen versiones visuales del BASIC con programación orientada a objetos en la plataforma .NET.



**Figura 3.** Basic 256 y la generación de los números aleatorios.

La función “rand” es una de las funciones básicas y comunes en los diferentes lenguajes de programación. Esta función intrínseca en estos lenguajes de programación devuelve o entrega un número en el intervalo de [0, 1> (puede ser 0, pero nunca un número igual a 1).

La particularidad de un lenguaje de programación es hacer uso de un algoritmo generador de números pseudoaleatorios diferentes, con calidades propias de generación.

**MATERIAL Y MÉTODOS**

La presente investigación se realizó como aplicación del método Montecarlo, tema que se desarrolla en el curso de Métodos Numéricos con estudiantes de ingeniería civil, quienes llevan este curso dentro de su formación de pregrado en el V ciclo de su estructura curricular. Actualmente son 13 estudiantes quienes conforman este ciclo, a los cuales se les dotó de herramientas informáticas para poder realizar esta simula-

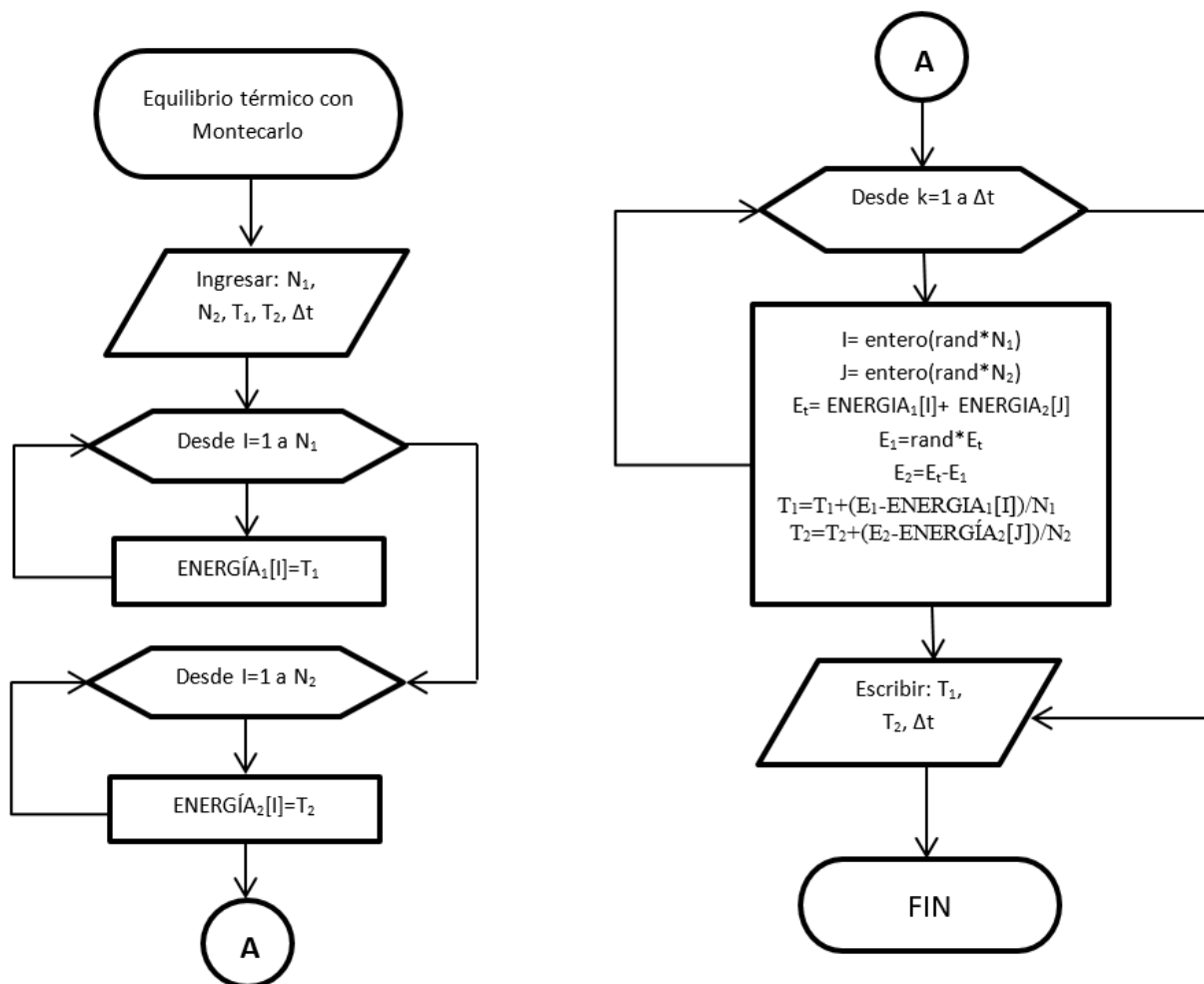


Figura 4. Diagrama de flujo del programa Equilibrio térmico con Montecarlo

ción. Se realizó un taller virtual de Simulaciones Numéricas cuya duración fue de 6 horas en dos sesiones, y como lenguaje de programación se usó el BASIC 256, versión de fácil descarga, y que garantiza su ejecución en las actuales condiciones de estudios universitarios virtuales, para que los estudiantes puedan instalarlo en sus computadores con acceso libre. Los talleres están compuestos de dos momentos, el

componente o momento sincrónico en el cual se daban las explicaciones y la implementación de ejemplos, quedando asignados para trabajo domiciliario los diagramas de flujo y la codificación BASIC para realizarlos de forma asincrónica, es decir enviado por la plataforma de nuestra aula virtual.

El diseño y la implementación informática de nuestra

investigación se llevaron a cabo considerando los siguientes pasos:

- Se realizó la explicación del fenómeno físico respecto al equilibrio térmico, este visto como el resultado del intercambio energético debido a las colisiones entre las partículas de cada uno de los cuerpos, pero no entre ellas, ya que considerar las interacciones entre ellas complicaría el modelo.
- Se realizaron 13 entregas de diagramas de flujo correspondiente a cada estudiante. En cada esquema se estructuraba el modelo de intercambio energético de partículas, en pos del equilibrio térmico para dos cuerpos en contacto separados por una pared diatérmica. Se llegó al consenso y la sistematización del diagrama mostrado en la figura 4.
- Se procedió a codificar el diagrama de flujo en lenguaje BASIC. La primera parte de nuestro programa es solicitar por teclado las condiciones iniciales del sistema como son: Numero de partículas de los cuerpos ( $N_1$  y  $N_2$ ), temperatura ( $T_1$  y  $T_2$ ); así como las unidades de “tiempo” ( $\Delta t$ ).

```
PRINT "#PARTÍCULAS(1):";
INPUT N1
PRINT "#PARTÍCULAS(2):";
INPUT N2
PRINT "TEMPER. (1):";
INPUT T1
PRINT "TEMPER. (2):";
INPUT T2
PRINT "UNIDADES DE TIEMPO:";
INPUT tiempo
```

- El modelo físico implica que la temperatura es la misma en todas y cada una de las partículas, de esta forma se establece una rutina que homogeniza la temperatura en todas las partículas para ambos cuerpos.

```
FOR I=1 TO N1 STEP 1
ENERGIA1[I]=T1
NEXT I
```

```
FOR I=1 TO N2 STEP 1
ENERGIA2[I]=T2
NEXT I
```

- Se selecciona aleatoriamente dos partículas, una

de cada cuerpo, y se realiza la “interacción” virtual entre ellas.

```
I=INT(RAND*N1)
J=INT(RAND*N2)
Et=ENERGIA1[I]+ENERGIA2[J]
```

- Inmediatamente de la colisión, una partícula obtiene una fracción de la energía total, quedando el restante para la otra partícula, cumpliéndose de esta forma el principio de conservación de la energía.

```
Ea=RAND*Et
Eb=Et-Ea
```

- La temperatura de ambos cuerpos se “actualiza” luego de cada interacción, entendiéndose como temperatura a la energía promedio, es decir por cada partícula del cuerpo.

```
ΔE1=(Ea-ENERGIA1[I])/N1
ΔE2=(Eb-ENERGIA2[J])/N2
```

```
T1=T1+ΔE1
T2=T2+ΔE2
```

- Considerando el principio de conservación de la energía donde calor ganado es igual al calor perdido, calcularemos la temperatura de equilibrio.

```
Te=(N1*T1+N2*T2)/(N1+N2)
```

## RESULTADOS

En la tabla 1 podemos apreciar como la temperatura de los cuerpos varía en el “tiempo” (ver figura 2) actualizándose de tal forma que, se puede apreciar su evolución del sistema. Aquí se evidencia que la energía por unidad de partícula resulta ser negativo mayoritariamente para el cuerpo que tiene más temperatura, así como mayor número de partículas, también se constata que para intervalos de “tiempo” menores ( $\Delta t < 19$ ) las temperaturas de ambos cuerpos están en evolución difiriendo considerablemente del valor teórico de la temperatura de equilibrio. Estos resultados fueron generados considerando  $N_1=100$  y  $N_2=200$  partículas.



**Tabla 1.** Comparación de la temperatura de equilibrio con la evolución “temporal” de la temperatura de los cuerpos después de cada interacción.

$\Delta t$	T1	T2	Te	$\Delta E1$	$\Delta E2$
1	25.3905027	79.8047487	61.6666667	0.3905027	-0.1952513
2	25.9265494	79.5367253	61.6666667	0.5360467	-0.2680234
3	26.6233969	79.1883015	61.6666667	0.6968475	-0.3484238
4	26.5661865	79.2169067	61.6666667	-0.0572104	0.0286052
5	27.3363447	78.8318277	61.6666667	0.7701582	-0.3850791
6	27.8980451	78.5509775	61.6666667	0.5617004	-0.2808502
7	28.1234843	78.4382579	61.6666667	0.2254392	-0.1127196
8	28.1466174	78.4266913	61.6666667	0.0231332	-0.0115666
9	27.9503351	78.5248324	61.6666667	-0.1962823	0.0981412
10	28.0722086	78.4638957	61.6666667	0.1218735	-0.0609367
11	28.4502867	78.2748567	61.6666667	0.378078	-0.189039
12	28.2494887	78.3752557	61.6666667	-0.200798	0.100399
13	28.8674083	78.0662959	61.6666667	0.6179196	-0.3089598
14	29.1236167	77.9381917	61.6666667	0.2562084	-0.1281042
15	29.8264351	77.5867825	61.6666667	0.7028184	-0.3514092
16	30.0219032	77.4890484	61.6666667	0.1954681	-0.0977341
17	29.7741701	77.612915	61.6666667	-0.2477331	0.1238666
18	30.1179148	77.4410426	61.6666667	0.3437447	-0.1718724

En la tabla 2 se puede evidenciar que para mayores unidades de “tiempo” la temperatura de los cuerpos tiende a un valor constante e igual al de la temperatura de equilibrio (Te) que representa el valor teórico, Se llega a la conclusión que un cuerpo gana energía (el de

menor temperatura), y el otro cuerpo pierde energía (el de mayor temperatura), cumpliéndose de esta forma el principio de conservación de la energía. Asimismo se puede apreciar que los intercambios de energía son cada vez más pequeños o variaciones finas.

**Tabla 2.** Comparación de la temperatura de equilibrio con la evolución “temporal” de la temperatura de los cuerpos después de cada interacción.

t	T1(°C)	T2(°C)	Te(°C)	$\Delta E1$	$\Delta E2$
9983	59.1112717	62.9443642	61.6666667	0.1149049	-0.0574524
9984	59.1276712	62.9361644	61.6666667	0.0163995	-0.0081998
9985	60.6390213	62.1804893	61.6666667	1.5113502	-0.7556751
9986	60.5065589	62.2467206	61.6666667	-0.1324625	0.0662312
9987	60.8779114	62.0610443	61.6666667	0.3713525	-0.1856763
9988	60.7963807	62.1018096	61.6666667	-0.0815307	0.0407654
9989	61.260636	61.869682	61.6666667	0.4642553	-0.2321276
9990	60.6749944	62.1625028	61.6666667	-0.5856415	0.2928208
9991	60.6918933	62.1540534	61.6666667	0.0168988	-0.0084494
9992	61.1779499	61.911025	61.6666667	0.4860566	-0.2430283
9993	61.8285579	61.585721	61.6666667	0.650608	-0.325304
9994	61.3245936	61.8377032	61.6666667	-0.5039643	0.2519821
9995	61.1589432	61.9205284	61.6666667	-0.1656504	0.0828252
9996	61.5427213	61.7286394	61.6666667	0.3837781	-0.191889
9997	61.4365751	61.7817124	61.6666667	-0.1061462	0.0530731
9998	61.3844845	61.8077578	61.6666667	-0.0520906	0.0260453
9999	61.8185722	61.5907139	61.6666667	0.4340878	-0.2170439
10000	61.8332917	61.5833541	61.6666667	0.0147195	-0.0073597

En la tabla 3 se puede apreciar la evolución del sistema tomando intervalos de “tiempo” más espaciados, donde se observa que la temperatura tiende a valores más constantes y cercanos a la temperatura de equilibrio. El sistema tiende a un estado estacionario (los cambios son cada vez más pequeños), también se puede constatar que el error porcentual de la temperatura de cada cuerpo, con respecto a la temperatura teórica o de equilibrio para intervalos de tiempo más largos, se produce una disminución considerable del error o desviación. Asimismo, se puede observar la rapidez de ganancia de energía del cuerpo de menor

temperatura, evidenciándose que en el mismo “tiempo” gana más energía que lo que pierde el cuerpo de mayor temperatura, pero que en la totalidad se mantiene aproximadamente constante.

Otra de las versiones de la simulación numérica se evalúa la evolución del sistema, pero considerando el error, es decir que ya no se ingresa las unidades de tiempo, sino más bien el programa se ejecuta un número indeterminado de veces, y se detendrá teniendo en cuenta la disminución del error porcentual, haciendo de esta manera el programa más efectivo.

**Tabla 3.** Error porcentual de la temperatura de equilibrio con la evolución “temporal” de la temperatura de los cuerpos.

T	T1(°C)	T2(°C)	Te(°C)	%Error-T1	%Error-T2
100	44.11	70.44	61.67	28.47%	14.23%
200	48.81	68.09	61.67	20.85%	10.42%
300	55.56	64.72	61.67	9.89%	4.95%
400	57.14	63.93	61.67	7.35%	3.67%
500	59.35	62.82	61.67	3.75%	1.87%
600	55.97	64.51	61.67	9.23%	4.62%
700	59.21	62.90	61.67	3.99%	1.99%
800	60.47	62.27	61.67	1.94%	0.97%
900	57.24	63.88	61.67	7.19%	3.59%
1000	63.25	60.88	61.67	2.56%	1.28%
2000	53.78	65.61	61.67	12.80%	6.40%
4000	61.02	61.99	61.67	1.05%	0.52%
6000	54.48	65.26	61.67	11.65%	5.82%
9000	63.82	60.59	61.67	3.49%	1.74%
10000	61.83	61.58	61.67	0.27%	0.14%

### DISCUSIÓN

El modelo matemático y físico del proceso de equilibrio térmico resulta engorroso si se pretende desarrollar de manera analítico. Los procesos microscópicos que se llevan a cabo será tanto más complejo como partículas tenga el cuerpo, por lo que el presente modelo exceptúa las interacciones entre partículas del mismo cuerpo, solo se consideran las interacciones entre partículas de diferentes cuerpos. El uso de un software para hacer seguimiento a la evolución del sistema resulta muy pertinente, debido a la complejidad antes descrita (Zavaleta, 2019).

Es importante resaltar que este tipo de experimenta-

ciones se tendrían que llevar a cabo en laboratorios, lo cual necesitaría de un equipamiento especial y muy calibrado, esto resultaría tal vez muy costoso, y a veces inaccesible para algunos docentes que en su afán de hacer sus clases más demostrativas verán truncadas tales expectativas por esta limitación, sin embargo, al realizar una simulación numérica solo necesitamos el manejo de nivel básico de un lenguaje de programación, que en este caso es el BASIC(Campoy, Alcarria, & González, 2015).

El modelo físico matemático basado en la termodinámica y mecánica descrito en la presente investigación establece que esta evolución “temporal” del sistema representa una sucesión de estados de equilibrio, es



decir, el sistema tiende a la búsqueda de un estado estacionario que se puede evidenciar en las tablas comentadas anteriormente (Pedreros, 2014).

El número de partículas de cada cuerpo respecto a su propia temperatura está en concordancia con los resultados obtenidos relacionado a la temperatura de equilibrio que se preveía desde el modelo teórico, es decir la cantidad de materia contenida en un cuerpo influye también en el comportamiento termodinámico resultante, dejando en evidencia en nuestras simulaciones. Asimismo es importante considerar que este modelo toma en cuenta que ambos cuerpos tienen las mismas capacidades caloríficas (Ruiz & Ródenas, 2016).

El método Montecarlo utilizado para esta simulación numérica resulta particularmente apropiado, ya que los procesos de intercambio de energía que es en lo que se basa el modelo descrito anteriormente, ocurren a nivel microscópico y de forma aleatoria donde las ocurrencias de estas colisiones se encuentran en un rango de probabilidades. Adicionalmente a la temperatura, posteriormente se podrían calcular otras propiedades termodinámicas de interés (Alfaro, 2014).

### CONCLUSIONES

El modelo físico matemático descrito que se basa en el intercambio energético entre las partículas de los cuerpos en contacto resulta pertinente, ya que este proceso es microscópico y ocurre de forma aleatoria logrando simular este suceso de forma numérica y gráfica por el método de Montecarlo.

El intercambio energético (temperatura) entre partículas de los cuerpos tiende a ser constante y a lograr su estado estacionario (independiente del tiempo) tanto mayores sean las unidades de tiempo consideradas.

La evolución “temporal” del sistema permite observar cómo se evidencia el principio de conservación de la energía, en donde el cuerpo de mayor temperatura pierde energía, y el de menor temperatura gana energía.

El error porcentual de la temperatura del cuerpo respecto a la temperatura teórica de equilibrio, disminuye conforme la evolución temporal se hace más distante o se establecen mayores unidades de tiempo.

El algoritmo descrito en el presente artículo resulta de fácil adecuación a diversos lenguajes de programación en entornos visuales.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Achával, P. I., & Di Prinzio, C. (2018). Crecimiento de grano tridimensional con partículas móviles usando método de Montecarlo. *Revista Matemática*, 23(2), 1–8.
- Albesa, A. (2010). Simulación Montecarlo de adsorción de nitrógeno en un modelo molecular de carbón activado y su comparación con resultados experimentales. *Avances En Ciencias e Ingeniería*, 1(2), 47–58.
- Alfaro, J. (2014). Métodos de simulación molecular: Una revisión de las herramientas más actuales. *Ingeniería*, 24(2), 117–127.
- Balladares, M., Pico, B., & Careta, A. (2017). Aplicación de la simulación Montecarlo para la obtención de probabilidades de desbordamiento de un río de planicie. *JEEOS*, 1(3), 7–9 – 1–0–0. <https://doi.org/10.19136/jeeos.a1n3.2180>
- Campoy, J., Alcarria, R., & González, A. (2015). Estudio del comportamiento óptico de pieles utilizando técnicas de Montecarlo. *Revista Internacional de Métodos Numéricos Para Cálculo y Diseño En Ingeniería*, 31(3), 161–170.
- Castillo, F., Vásquez, R., & Bravo, U. (2013). Simulación molecular del equilibrio líquido-vapor de la mezcla  $N_2$ - $NC_3$  por simulaciones Montecarlo. *Avances En Ciencias e Ingeniería*, 4(4), 105–115.

- Cerón, M. G., González, J., & Monroy, E. (2020). Temperatura y ley cero de la termodinámica. *TEPEXI Boletín Científico de La Escuela Superior Tepeji Del Río*, 7(14), 70–73.
- Chao, C., & Barriga, F. (2014). Análisis comparativo del aprendizaje de los conceptos de calor y temperatura utilizando una simulación digital interactiva y un texto ilustrado. *Revista Electrónica de Investigación En Educación En Ciencias*, 9(1), 40–53.
- Corzo, J. (2007). Modelación estocástica del efecto de la temperatura en la descomposición térmica del  $N_2O_5$ . *Revista Avanzada Científica*, 10(2).
- Giancoli, D. (2009). *Física para Ciencias e Ingeniería* (4<sup>o</sup> ed., p. 771; Pearson Educación, Ed.). México.
- Hewitt, P. G. (2007). *Física Conceptual* (10<sup>o</sup> ed., p. 828; P. EDUCACIÓN, Ed.). México.
- Manrique, E. (2014). *Simulación Montecarlo cinético de la difusión Para optar el Grado Académico de Magister en Física* (pp. 1–79). Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Martínez, A., Petit, K., & De Maddah, S. (2014). *Termodinámica general : una experiencia de formación por competencias*. 18(60), 321–333.
- Moreno, E., Morales, A., Juárez, A., De Alba, K., & Benavides, A. (2017). Obtención de trayectorias subóptimas de temperatura con el método de monte carlo para la maximización de la producción de tomate. *Agrociencia*, 51(8), 849–866.
- Pedrerros, R. (2014). Modos de pensar y hablar sobre el equilibrio térmico : significados y contextos de uso en las ciencias de la naturaleza. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (35), 113–132.
- Peñafiel, V., & Andrade, M. (2013). Simulación Montecarlo para registros de precipitación pluvial. *Revista Boliviana de Física*, 2(1), 21–28.
- Resnick, R., Halliday, D., & Krane, K. (2001). *FÍSICA 1* (12<sup>o</sup> ed., pp. 1–720; Compañía Editorial Continental, Ed.). México.
- Ruiz, M., & Ródenas, J. (2016). *Aplicación del método Montecarlo al cálculo de la activación neutrónica de una muestra de acero en un reactor nuclear de investigación y comparación de la dosis producida con medidas experimentales* (pp. 1–63). Universidad Politécnica de Valencia.
- Serment, V., Mujica, H., Torres, J., & Welti, J. (2012). *Revista Mexicana de Ingeniería Química*. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 11(3), 363–372.
- Zavaleta, R. (2019). Tiempos necesarios para el establecimiento de equilibrio térmico en el procesamiento de castaña Una Aplicación de Análisis de Fourier y Problemas de Contorno. *ACTA NOVA*, 9(2), 271–291.